

Negociação de Contratos de Manutenção de Equipamentos Hospitalares Sujeitos a Reparo Imperfeito

Henrique Pinto, Rafael Velôzo, Bruno Guedes, Márcio Moura, Isis Lins

Daniela Moraes, João Mateus de Santana

Centro de Estudos e Ensaios em Risco e Modelagem Ambiental, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco UFPE, Brasil

Enrique López Droguett

Center for Risk and Reliability, Mechanical Engineering Department, University of Maryland, College Park, USA

1. INTRODUÇÃO

Os equipamentos médicos são componentes fundamentais das modernas instituições de saúde, sendo usados para realizar diagnósticos, intervenções, monitoramentos e tratamentos dos pacientes. Além disso, os avanços tecnológicos, ao longo das últimas décadas, refletiram numa maior sofisticação e modernização desses dispositivos, ampliando assim, a sua capacidade de serviço.

Em hospitais de grande porte, a quantidade de diferentes dispositivos hospitalares pode ser superior a 10.000 itens e as instituições de saúde são responsáveis para que seu provisionamento seja feito de maneira segura, precisa, confiável e que a sua operacionalidade fique dentro do desempenho requerido [1]. Deste modo, dado o grande volume de equipamentos e as obrigações que lhes são atribuídas, é inviável para tais organizações possuírem um extenso departamento de manutenção. Logo, elas optam pela recorrente prática da terceirização.

De forma geral, o framework da terceirização da manutenção hospitalar é moldado por 4 elementos que interagem entre si: o hospital (o proprietário do equipamento hospitalar e cliente do serviço da manutenção), o fabricante (o agente responsável pela venda do equipamento hospitalar e executor da manutenção), o equipamento hospitalar (o item que vai sofrer a manutenção) e o contrato de serviço/garantia (documento que rege o relacionamento entre o cliente e o fabricante).

Ressalta-se que esse envolvimento empresarial entre diferentes organizações com objetivos distintos, gera um conflito de interesses. Por exemplo, o hospital necessita de uma alta disponibilidade dos seus equipamentos, enquanto que o fabricante quer minimizar o custo do seu serviço. Além disso, a terceirização da manutenção é uma questão operacional de ampla importância para as duas partes, pois a ação de uma interfere no resultado da outra e vice-versa. Sendo assim, a teoria dos jogos surge como meio mais popular para modelar e solucionar essa dicotomia de objetivos [2].

O problema da terceirização da manutenção utilizando teoria dos jogos, em especial, o jogo de Stackelberg já foi proposto por outros autores, como: Murthy & Yeung, Murthy & Asgharizadeh, Asgharizadeh & Murthy e Rinsaka & Sandoh [3-6]. Entretanto, nenhum desses é aplicável no contexto hospitalar, pois apresentaram hipóteses restritivas e específicas ao estado do sistema após a ação de reparo. Isto é, ou o sistema retorna a uma condição de novo (reparo perfeito), modelado pelo Processo de Renovação (PR), ou o sistema retorna a uma condição tão ruim quanto se apresentava antes da falha (reparo mínimo), modelado pelo Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP). Tais suposições são difíceis de se reproduzir na prática, já que as ações de manutenção normalmente recuperam o equipamento a uma condição intermediária entre o reparo perfeito e o reparo mínimo, caracterizando o reparo imperfeito.

Adicionalmente a essas limitações já apresentadas sobre o estado do sistema após o reparo, Cruz e Rincon [7] realizaram um levantamento de 55 periódicos que abordam a manutenção industrial e concluíram que os modelos matemáticos e estocásticos empregados nos contratos manutenção não podem ser aplicados ao contexto hospitalar devido as suas hipóteses restritivas e específicas. Assim sendo, o estudo

da terceirização da manutenção hospitalar está em sua fase embrionária e esse trabalho visa expandir esse tema dentro da academia a fim de ampliar a discussão sobre tal problemática.

Portanto, o presente estudo se propõe a criar um modelo de apoio à decisão de terceirização de manutenção para um equipamento hospitalar sujeito a reparo imperfeito utilizando o jogo de Stackelberg, em que o fabricante é o líder e o hospital corresponde ao seguidor. Esse mercado é caracterizado por diferentes níveis de poder entre as empresas envolvidas, o líder se comporta como monopolista, pois além de vender um produto especializado, na maioria dos casos, ele é o único a realizar a manutenção necessária. Para modelar esse tipo de reparo é empregado o Processo de Renovação Generalizado (PRG), desenvolvido por Kijima e Sumita [8]. O PRG é uma extensão do PR e do PNHP, pois engloba todos os tipos possíveis do reparo, incluindo o reparo imperfeito.

A segunda seção descreve a metodologia utilizada e, posteriormente, são apresentadas tanto a fundamentação teórica quanto a relevância do reparo imperfeito modelado pelo PRG. Já na quarta seção, são encontradas as estratégias ótimas do cliente e do fabricante incorporando o PRG. Além disso, é realizado um exemplo numérico com dados reais de um Angiógrafo (aparelho usado para mapear veias e artérias do corpo humano) a fim de contextualizar a problemática referida e, posteriormente com os resultados encontrados, compara-se com a situação do equipamento ser modelado usando o reparo perfeito, modelado pelo PR. Finalmente, a última seção apresenta as considerações finais do artigo e sugestões para trabalhos futuros.

2. METODOLOGIA

O problema de decisão que foi desenvolvido é classificado como estático, pois, tanto o cliente como o fabricante só podem realizar uma ação e de forma sequencial. Adicionalmente, a natureza do problema é estocástica ao incorporar o efeito da incerteza no modelo, evidenciado pela presença de variáveis aleatórias. Finalmente, cada tomador de decisão tem a sua própria função objetivo e essa determina o seu respectivo ganho com as suas variáveis de decisão particulares.

2.1 Notação

C_b – Preço de compra do equipamento;
 R – Receita por unidade de tempo;
 L – Vida útil do equipamento;
 P – Preço do contrato;
 C_s – Preço unitário pago por manutenção;
 τ – Tempo máximo estipulado para retornar o equipamento ao estado operacional;
 θ – Custo da penalidade associada à demora na conclusão da manutenção;

C_r – Custo unitário do fabricante realizar o reparo;
 N – Número esperado de falhas do equipamento ao longo do período $[0, L]$;
 δ – Lucro esperado do fabricante;
 A_k – Variável de decisão do cliente;
 Y_i – Tempo em que o fabricante leva para a execução do i -ésimo reparo após a falha;
 W – Lucro esperado do cliente derivado do uso do equipamento;
 U_c – Utilidade esperada do cliente.

2.2 Descrição do Problema

O fabricante pretende vender um equipamento ao cliente ao preço C_b ; se esse for adquirido, o proprietário recebe uma receita R por unidade de tempo enquanto o item estiver operando, e zero se estiver em estado de falha. Deste modo, a disponibilidade é fundamental para o lucro do dono do equipamento.

Paralelamente à venda do equipamento, o fabricante proporciona duas possibilidades para a execução da manutenção: uma delas corresponde à adesão da garantia e a outra é por serviços sob demanda. Na primeira opção (A_1), o fabricante efetuará todas as manutenções a um preço fixo P , ao longo da garantia estendida, e existirá uma penalidade associada ao tempo de reparo (Y_i), caso esse venha a ser superior ao tempo τ predeterminado. A estrutura da penalidade é a seguinte: $\theta(Y_i - \tau)$, sob a condição de $Y_i > \tau$.

Já a segunda opção (A_2) implica que o fabricante realizará o reparo a um preço unitário por falha C_s e não existe penalidade associada ao tempo de serviço. A alternativa A_0 implica que o cliente não pretende adquirir o equipamento; essa situação ocorre quando os custos se tornam superiores que as receitas previstas. Sendo assim, diante de tal *trade off*, o gestor do hospital precisa decidir qual opção deva escolher para garantir a maximização do seu lucro.

2.2.1 Problema de Decisão do Cliente

A escolha do cliente, em relação às opções apresentadas, é fortemente influenciada pelo seu grau de aversão ao risco (γ), uma vez que as falhas ao longo da vida útil do equipamento são eventos aleatórios. Desse modo, o risco é captado por meio de uma função utilidade $U(w)$, onde w é a riqueza associada. A função utilidade é um modo do consumidor atribuir preferências entre suas cestas de consumo por meio de números. Dessa forma, as cestas preferidas representam maiores utilidades [9].

A função utilidade empregada neste trabalho apresenta a seguinte configuração:

$$U(w) = \left(\frac{1 - e^{-\gamma w}}{\gamma} \right) \quad (1)$$

Quando o parâmetro γ tende a 0, o cliente é neutro ao risco, $U(w) = w$. Já o nível de aversão ao risco aumenta conforme γ cresce. Matematicamente, a atitude do cliente ao risco é captada pela segunda derivada da função utilidade $U''(w) = d^2U(w)/dw^2$. Se $U''(w) < 0$, então $U(w)$ é estritamente côncava, implicando aversão ao risco; caso $U''(w) > 0$, então $U(w)$ é estritamente convexa, implicando um comportamento propenso ao risco e quando $U''(w) = 0$, considera que a função utilidade é linear, implicando ser neutro ao risco.

Sob as três opções apresentadas pelo fabricante (A_0, A_1, A_2), o retorno esperado do cliente, denotado por $W(A_k)$, onde $K=0,1,2$, corresponde:

$$W(A_0) = 0 \quad (2)$$

$$W(A_1) = R(\sum_{i=1}^N X_i + \tilde{X}) + \theta [\sum_{i=0}^N \max\{0, Y_i - \tau\}] - P - C_b \quad (3)$$

$$W(A_2) = R(\sum_{i=1}^N X_i + \tilde{X}) - C_b - NC_s \quad (4)$$

Onde X_i corresponde ao tempo da primeira falha, X_i ($i > 1$) denota o intervalo de tempo entre a $(i-1)$ -ésima e a i -ésima falhas e \tilde{X} indica o tempo que o equipamento se encontra em estado de funcionamento no fim do período da garantia subsequente ao último reparo. A maximização da utilidade esperada do cliente (U_c) está relacionada a 3 fatores: a confiabilidade do equipamento, a opção ótima A_k escolhida pelo próprio hospital e as variáveis de decisão do fabricante, P e C_s . Logo, a utilidade esperada do cliente é expressa da seguinte forma: $U_c(A_k; P, C_s)$.

2.2.2 Problema de Decisão do Fabricante

É assumido que o fabricante é neutro ao risco e o seu retorno está condicionado à ação ótima A_k do cliente. Dessa forma, o lucro do contratado pode ser expresso por $\delta(P, C_s; A_k)$, com K variando entre 0 e 2. Deste modo, suas possibilidades de lucro são as seguintes:

$$\delta(P, C_s; A_0) = 0 \quad (5)$$

$$\delta(P, C_s; A_1) = C_b + P - C_r N - \theta [\sum_{i=0}^N \max\{0, (Y_i - \tau)\}] \quad (6)$$

$$\delta(P, C_s; A_2) = C_b + (C_s - C_r) N \quad (7)$$

Deste modo, o fabricante seleciona a combinação P e C_s que maximiza o seu lucro esperado, considerando a ação ótima do cliente.

2.2.3 Hipóteses Simplificadoras

- I. Os tempos entre falhas são variáveis aleatórias com distribuição Weibull, conforme visto em Yañez *et al.* [10];
- II. As falhas que o equipamento sofre são críticas, isto é, inviabilizam a operacionalidade do equipamento e o fabricante apenas realiza a manutenção corretiva;

- III. O tempo de reparo também é uma variável aleatória, sendo distribuída exponencialmente com média μ ;
- IV. $E(Y_i) \ll MTBF$. Essa suposição implica que o tempo de reparo pode ser desprezado e a receita total gerada pelo equipamento ao longo de sua vida útil L pode ser aproximada a RL ;
- V. O fabricante e o cliente apresentam informação completa em relação aos parâmetros do modelo. Isso implica que o líder conhece o parâmetro de risco do hospital e o proprietário sabe a taxa de falha do equipamento.

2.2.4 Estrutura para Solução

O problema apresentado é fomentado numa adaptação do jogo de Stackelberg. Esse jogo determina a quantidade máxima produzida para um mercado num duopólio, mostrando quais são as estratégias ótimas das empresas. Sua estrutura é dada de maneira sequencial (dois estágios) e as empresas apresentam distintos níveis de poder, isto é, uma organização é dominante/ líder (toma a decisão primeiro de quanto produzir) e a outra representa a dominada/seguidora (realiza a decisão de quanto produzir, tendo como referência a ação da primeira empresa) [9].

O equilíbrio no jogo de Stackelberg é atingido quando a empresa líder previamente expande sua produção e garante lucros maiores, daí surge o termo “vantagem em se mover primeiro”. Desse modo, a empresa seguidora é forçada a reduzir a sua produção, uma vez que a dominante já produziu um grande volume. Se a seguidora optar por produzir um grande volume, assim como a líder, a quantidade produzida no mercado será elevada e implicará em prejuízo para ambas as organizações. Para resolver esse modelo é utilizada *backward induction* (indução reversa) [11], isto é, determina-se primeiro a quantidade produzida pela seguidora e posteriormente a do líder. A figura 1 ilustra o desenvolvimento do jogo, adaptado ao contexto da terceirização da manutenção hospitalar, e todas possíveis decisões para o cliente e o fabricante.

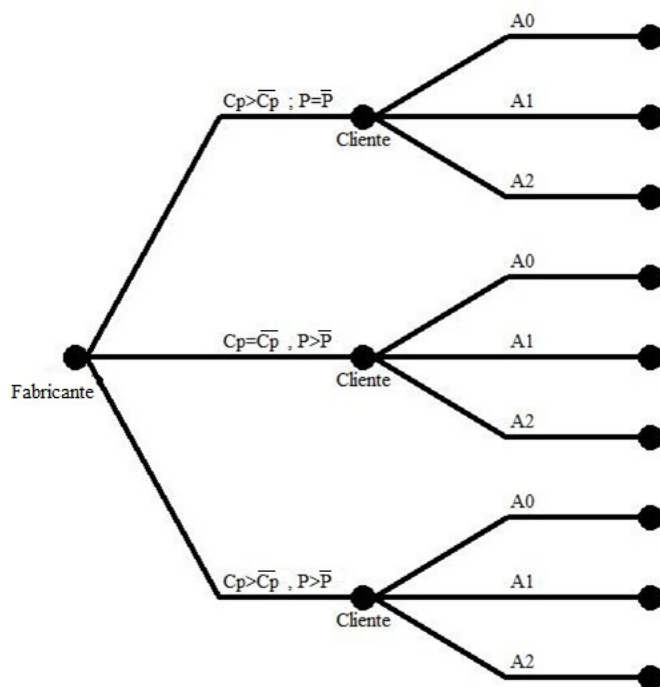


Figura 1 – Árvore do jogo - \bar{P} e \bar{C}_s , representam o valor máximo que o cliente está disposto a pagar pelo contrato e pelo custo unitário da manutenção, respectivamente.

No ambiente da terceirização da manutenção de equipamentos hospitalares, o líder corresponde ao fabricante (que é também prestador do serviço da manutenção), pois esse geralmente apresenta uma equipe bem treinada para executar a manutenção, peças de reposição, domínio da tecnologia e *softwares* para diagnóstico, o que lhe auferir um maior poder de negociação. Já o cliente (o hospital, proprietário do equipamento) é o seguidor, dado que ele precisa do equipamento e não tem *expertise* na atividade da manutenção. O contratante decide inicialmente os preços P e C_s e o hospital decide posteriormente a decisão (A_k) a ser tomada.

2.2.5 Utilidade Esperada do Cliente

A utilidade esperada do cliente $U_c(A_k; P, C_s)$ é derivada a partir de duas variáveis aleatórias N e Y_i . Desse modo, para uma determinada opção escolhida pelo hospital, a sua utilidade esperada corresponderá a:

$$\text{Se } A_k = A_0, \text{ então: } E(U_c) = 0; \quad (8)$$

$$\text{Se } A_k = A_1, \text{ então: } E(U_c) = \left(\frac{1}{\gamma}\right) \left(1 - \left(e^{-\gamma(RL - C_b - P)}\right) * E[MULTA]\right); \quad (9)$$

$$\text{Se } A_k = A_2, \text{ então: } E(U_c) = \left(\frac{1}{\gamma}\right) \left(1 - e^{-\gamma(RL - C_b)} * E[e^{\gamma NC_s}]\right). \quad (10)$$

Sendo $E[MULTA]$ o valor esperado da compensação financeira que volta ao cliente. Esse montante é decorrente do *delay* em retornar o equipamento ao seu estado operacional.

2.2.6 Lucro Esperado do Fabricante

O lucro esperado do fabricante $E[\delta(P, C_s; A_k^*)]$ está relacionado tanto com a escolha do cliente (A_k) e também com os valores de P e C_s . Deste modo, o lucro da empresa contratada será:

$$\text{Se } A_k = A_0, \text{ então: } E(\delta(P, C_s; A_0)) = 0; \quad (11)$$

$$\text{Se } A_k = A_1, \text{ então: } E(\delta(P, C_s; A_1)) = P + C_b - \theta * E[\sum_{i=1}^N (Y_i - \tau | Y_i > \tau)] - NC_r; \quad (12)$$

$$\text{Se } A_k = A_2, \text{ então: } E(\delta(P, C_s; A_2)) = C_b + (C_s - C_r)N. \quad (13)$$

Para melhor compreensão da resolução desse problema é necessário descrever o processo estocástico que determina a estrutura falha - reparo do equipamento e como essa interfere nas variáveis aleatórias (N e Y_i), no valor da penalidade esperada, no lucro esperado do fabricante e na utilidade esperada do cliente.

3. O PROCESSO DE RENOVAÇÃO GENERALIZADO

Tradicionalmente, os modelos mais comuns utilizados para analisar os sistemas reparáveis correspondem ao Processo de Renovação (PR) relacionado ao reparo perfeito e ao Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP) relacionado ao reparo mínimo. Além disso, no PR os tempos entre falhas são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), enquanto que no PNHP os tempos entre falhas são independentes, mas não identicamente distribuídos. Finalmente, tais métodos possuem hipóteses simplificadoras que podem distorcer a realidade encontrada em várias aplicações práticas.

Partindo das limitações decorrentes do PR e do PNHP, Kijima & Sumita [7] desenvolveram um modelo probabilístico pontual, pertencente à classe de modelos baseados em idade virtual, que trata todos os tipos de ação de reparo, denominado Processo de Renovação Generalizado (PRG). Sendo assim, é necessário definir o conceito de idade virtual para melhor entendimento do PRG.

Suponha que S_i , idade virtual do equipamento, é calculada após a i -ésima ação de reparo. Antes da primeira falha, S_i representa a idade real do sistema (t_i), porém após a ocorrência da falha, S_i passa a representar a redução na idade real do equipamento derivada pela i -ésima ação de manutenção, a qual está diretamente relacionada ao parâmetro de rejuvenescimento (q) que determina a qualidade do reparo. A figura 2 ilustra uma melhor compreensão entre a idade virtual e a idade real.

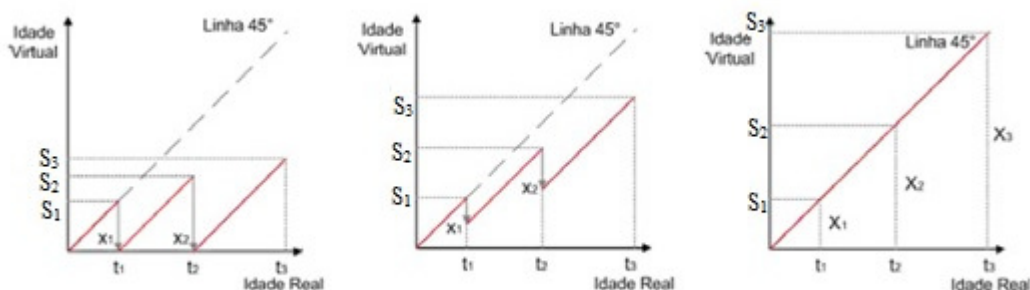


Figura 2 – Relação entre idade virtual e a idade real, adaptado de Jacopino [12].

Para essa situação descrita, os valores assumidos pelo q possibilitam a caracterização dos tipos de reparo [12]:

- Quando $q = 0$, trata-se do reparo perfeito;
- Quando $q = 1$, trata-se do reparo mínimo;
- $0 < q < 1$, trata-se de do reparo imperfeito.

Além dos valores acima que q pode assumir, também é possível admitir valores superiores a 1, representando o “reparo pior”, e valores inferiores a 0, correspondendo ao “reparo melhor”. A metodologia do PRG é subdividida em dois tipos, sua diferença reside no cálculo da idade virtual. Essa distinção pode ser vista, detalhadamente em [13].

O modelo adotado neste trabalho corresponde ao Kijima tipo I, o qual considera o parâmetro de rejuvenescimento constante ao longo do tempo, logo: $S_i = q * t_i$, onde S_i e t_i são, respectivamente, a idade virtual do sistema após o i -ésimo reparo e o tempo real da i -ésima falha. Nessa modelagem, a ação de reparo atua apenas nos danos durante o tempo entre $(i-1)$ e a i -ésima falhas. Assim, a idade virtual aumenta proporcionalmente ao longo do tempo. Logo, a idade real do equipamento no instante de falha é fundamental na determinação do S_i .

4. ANÁLISE DO MODELO

4.1 Estratégia Ótima para o Cliente

Para o par (P, C_s) uma comparação entre as três utilidades esperadas indicará qual opção é a ótima para o cliente. A figura 3 representa o plano $P - C_s$; nela, a escolha ótima do cliente está caracterizada por três regiões: Ω_0 , Ω_1 e Ω_2 . Em Ω_0 , $A_k^* = A_0$; em Ω_1 , $A_k^* = A_1$ e em Ω_2 , $A_k^* = A_2$. A curva Γ , obtida por meio da igualdade entre as ações A_1 e A_2 , que separa Ω_1 e Ω_2 é dada por:

$$P = \frac{-\ln E(MULTA)}{\gamma} + RL - C_b \quad (14)$$

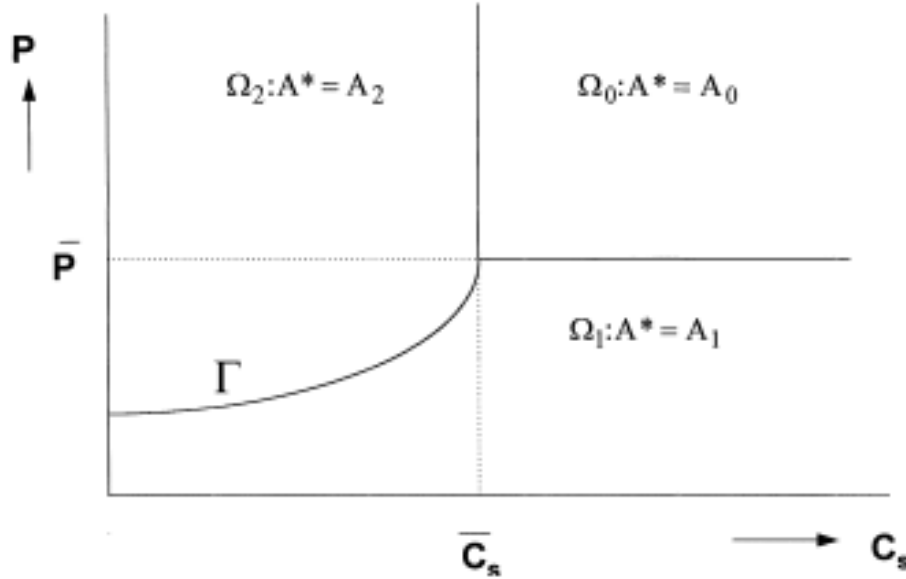


Figura 3 – Estratégias ótimas para o cliente, adaptado de Murthy e Asgharzadeh [4].

4.2 Estratégia Ótima para o Fabricante

Para encontrar a estratégia ótima do fabricante (P^* e C_s^*) é necessário definir os valores máximos que o cliente está disposto a pagar pela garantia (\bar{P}) e pelo preço unitário da manutenção (\bar{C}_s). Se os valores de P e C_s ficarem dentro da região Ω_1 , então o cliente escolhe a opção A_1 e o lucro do fabricante corresponde a equação (12). Nessa situação, o líder opta por colocar $\bar{P} = P$ e $C_s > \bar{C}_s$. Igualando (9) a zero, é obtida a disposição de máximo pagamento para o valor de \bar{P} :

$$\bar{P} = RL - C_b - \frac{\ln(E[MULTA])}{\gamma} \quad (15)$$

Caso o par (P e C_s) esteja dentro da região Ω_2 , então o cliente escolhe a opção A_2 e o lucro do fabricante corresponde à equação (13). Para esse novo contexto, a empresa terceirizada opta por colocar a seguinte estrutura de preço: $P > \bar{P}$ e $C_s = \bar{C}_s$. Analogamente, igualando (10) a zero, encontra-se:

$$\ln E[e^{\beta \bar{C}_s N}] = \beta * (RL - C_b) \quad (16)$$

Devido à dificuldade matemática de isolar e descobrir analiticamente o valor de \bar{C}_s , foi utilizado o método da Bisseção [14] a fim de se encontrar uma aproximação do seu valor ideal.

Finalmente, se os valores de P e C_s estiverem dentro da região Ω_0 , então o cliente escolhe a opção A_0 , isto é, ele não adquire o equipamento, uma vez que $P > \bar{P}$ e $C_s > \bar{C}_s$. Ressalta-se que dentre as três estratégias possíveis, o fabricante propõe ao cliente a opção que lhe garanta o maior lucro esperado. Num ambiente de informação completa, esse é caracterizado por ser um monopolista, capaz de extrair a quantia máxima do cliente, pois ele sempre define o preço cobrado como o valor máximo que o proprietário do equipamento está propenso a pagar pelo par (P e C_s), implicando assim, um excedente do consumidor igual a zero.

4.3 Análise dos dados

Para a execução do modelo foi necessário ter acesso aos dados de falha de um Angiógrafo, aparelho hospitalar que serve para diagnóstico e tratamento de doenças do coração. Do banco de dados foram extraídas 38 falhas críticas, bem como, os seus respectivos tempos de reparo. Tais informações foram empregadas na obtenção dos Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV's) do PRG seguindo uma

distribuição Weibull para os tempos de falha. O seguinte procedimento foi realizado para a obtenção do EMV's [15]:

1. Encontrar o $f(x_i)$;
2. Achar a função de verossimilhança L ;
3. Aplicar o $\ln(L)$;
4. Derivar o $\ln(L)$ com relação aos parâmetros que serão estimados e igualá-los a zero;
5. Verificar que estes estimadores são pontos de máximo e realizar o teste da segunda derivada de $\ln(L)$.

O método proposto por [10] foi empregado para encontrar as soluções para os EMV's do PRG. Inicialmente números aleatórios uniformemente distribuídos foram gerados tanto para o parâmetro de forma (β) como para o parâmetro de rejuvenescimento (q). No caso do β , foram gerados valores entre 0 e 5, pois na maioria dos casos é esperado encontrar um resultado nesse intervalo. Já os valores gerados para q estiveram entre 0 e 1, dado que representam o reparo imperfeito. Por fim, o valor de α (parâmetro de escala) é expresso em função de β e q .

A figura 4 ilustra o algoritmo para obtenção dos estimadores.

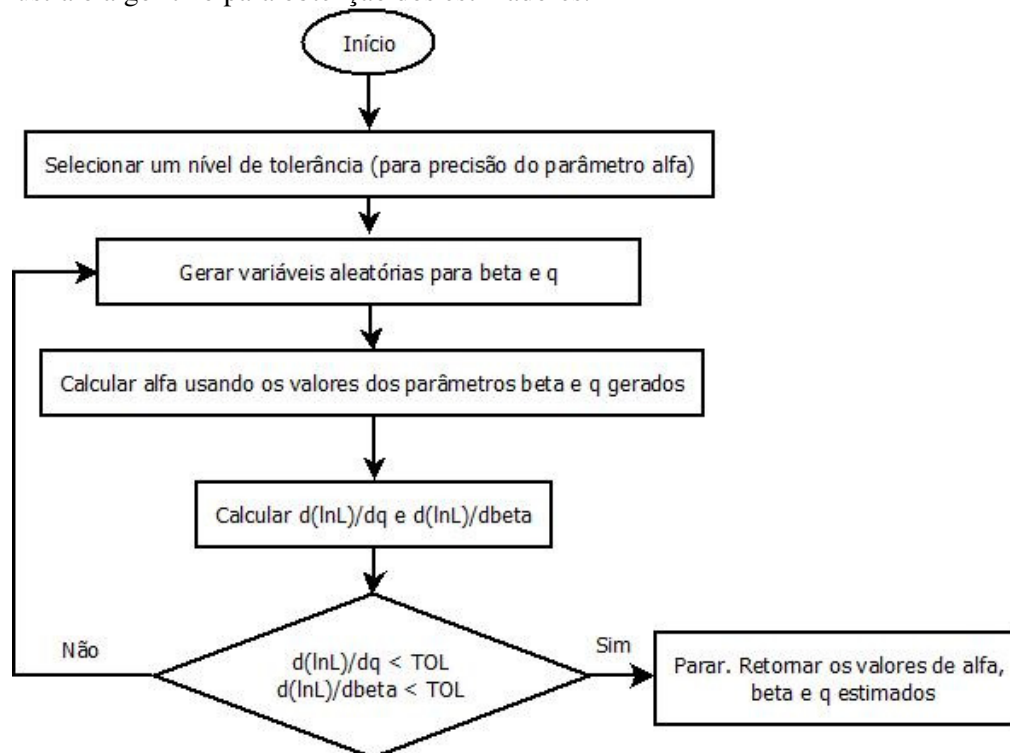


Figura 4 – Algoritmo para obtenção dos EMV's, adaptado de Yañez *et al.*[10].

Para validar os estimadores foi necessário fazer uma simulação dos tempos de falha do equipamento. Os 38 primeiros tempos acumulados foram gerados e posteriormente comparados com os dados reais, a simulação representou bem esse ajustamento, como visto na figura 5. Foram feitas 10.000 simulações Monte Carlo ao longo de um ano (8640 horas) e calculadas as médias desses tempos.

A figura 6 representa o procedimento para a reprodução dos tempos de falha (X_i) e número esperado de falhas (N). É importante ressaltar foi considerado que dois processos estocásticos diferentes regem o comportamento de falha-reparo do equipamento. O PRG modela o intervalo dos tempos entre falhas e o PHP (Processo Homogêneo de Poisson) modela os tempos de reparo. Então, para encontrar N é necessário reproduzir esse processo alternado.

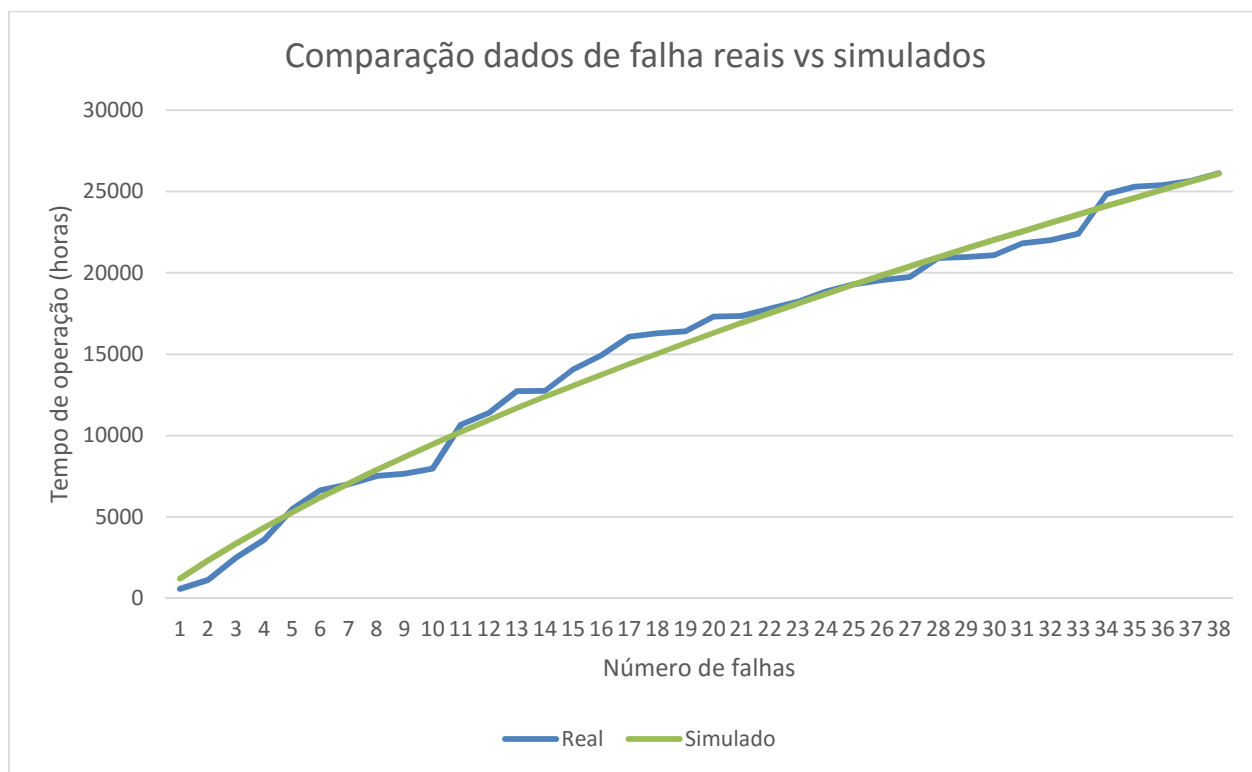


Figura 5 – Comparação entre tempos de falha reais e os simulados.

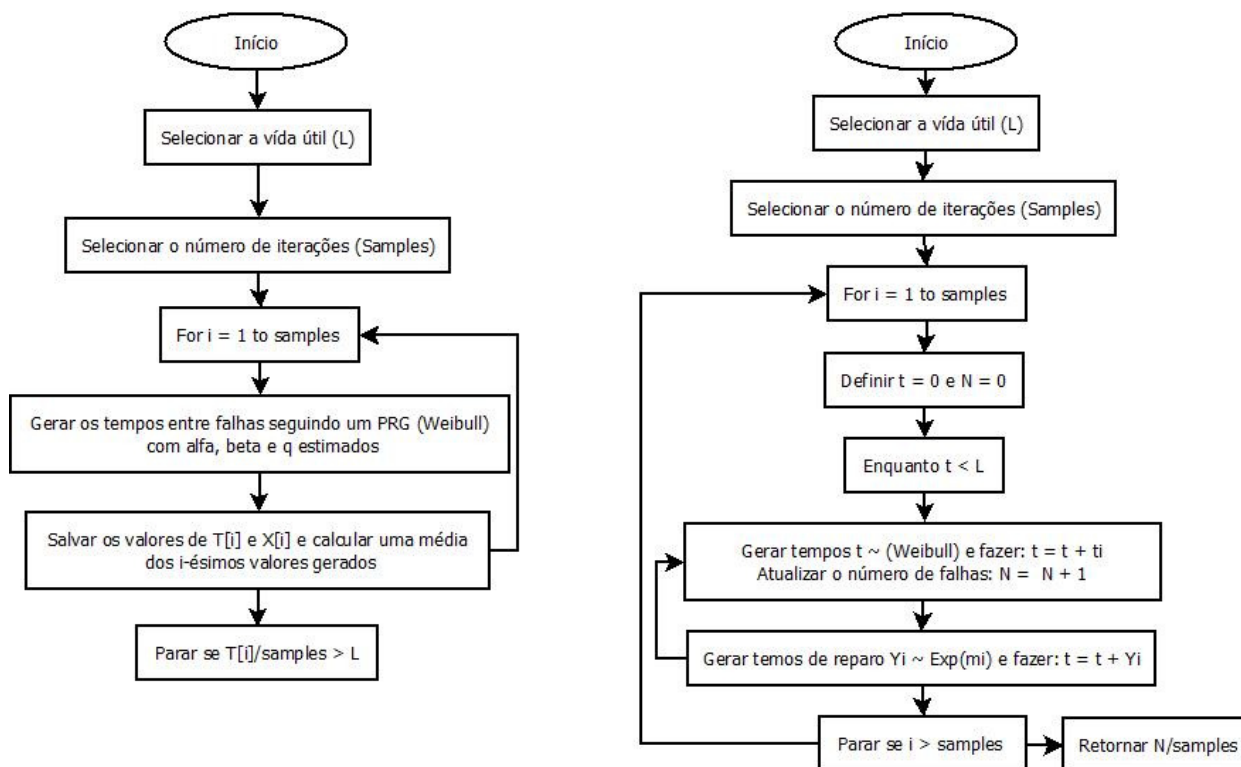


Figura 6 – Fluxograma descrevendo os algoritmos para estimar os tempos entre falhas (à esquerda) e o número esperado de falhas (à direita), adaptado de Yañez *et al.*[10].

Após encontrar o número esperado de falhas é necessário gerar os tempos de reparo (Y_i). Caso o tempo de reparo exceda τ , deve-se guardar a diferença entre os tempos de $Y_i - \tau$, afim de se obter o montante de horas que o fabricante será penalizado. Esses valores serão incorporados para estimar $E[MULTA]$, tal variável aleatória apresenta a seguinte forma:

$$E[MULTA] = E[e^{-\gamma\theta(Y_i - \tau)}], \text{ desde que } Y_i > \tau. \quad (17)$$

Após o cálculo de $E[MULTA]$ substitui-se o respectivo valor na equação (15) e então encontra-se o valor de \bar{P} . O seguinte fluxograma ilustra o procedimento computacional descrito acima:

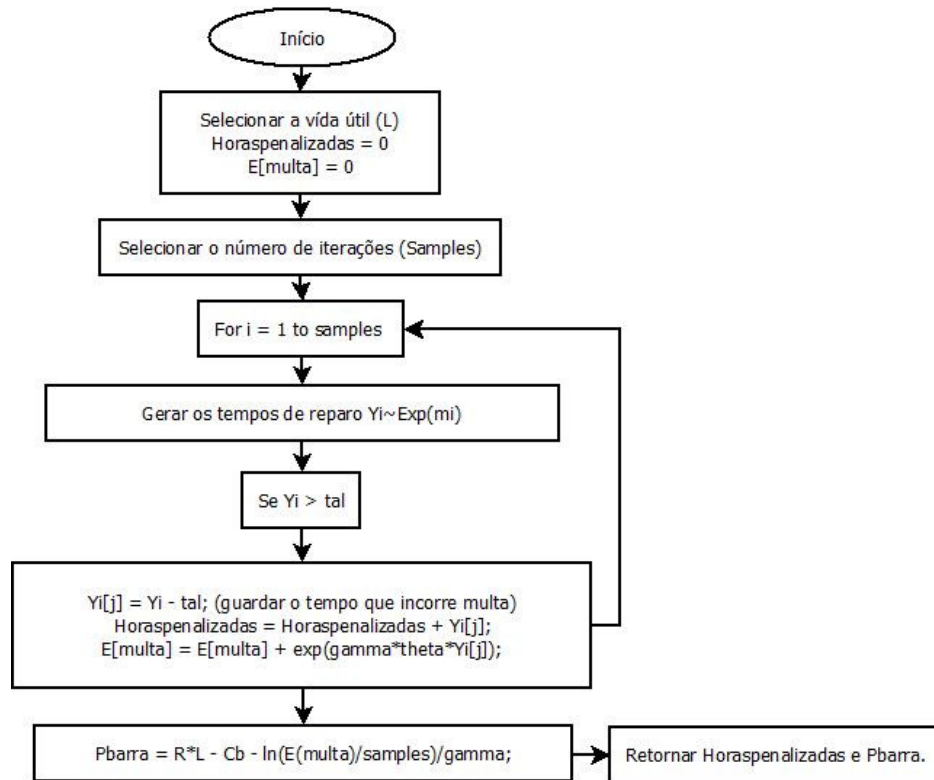


Figura 7 – Algoritmo para obtenção de \bar{P} e $E(Y_i - \tau | Y_i > \tau)$.

4.4 Exemplo numérico

Para o cálculo do exemplo numérico, utilizando o reparo imperfeito, foram usados os seguintes valores: $C_b = \$1.476 (10^3)$; $\gamma = 0,1$; $R = \$0.185 (10^3)h^{-1}$; $L = 8640h$; $\tau = 3h$; $\theta = \$0,185(10^3)h^{-1}$; $\mu = 0,3779h^{-1}$ e $C_r = \$8 (10^3)$. Já os valores simulados corresponderam aos seguintes: $N = 9$ falhas, $\alpha = 1351,8$; $\beta = 1,65792$ e $q = 0,0969878$. Isso resulta num $\bar{P} = \$133,947 (10^3)$ e um $\bar{C}_s = \$11,3748 (10^3)$. A estratégia ótima do fabricante é dada por um $P^* = \bar{P}$ e $C_s^* > \bar{C}_s$. Para essa configuração, o cliente escolhe a opção (A_1) e o lucro do fabricante é $\$1.537,02 (10^3)$.

Caso o equipamento recebesse o reparo perfeito, os valores simulados para N , \bar{P} e \bar{C}_s seriam, respectivamente: 7; $\$136,449 (10^3)$; $\$14,966 (10^3)$. A estratégia ótima do fabricante é dada por um $P^* = \bar{P}$ e $C_s^* > \bar{C}_s$. Para essa configuração, o cliente a escolhe a opção (A_1) e o lucro do fabricante é $\$1.555,84 (10^3)$.

Ao observar os resultados tanto do PRG como do PR, o cliente escolhe sempre a opção A_1 que é contratar a garantia. Já a utilidade esperada do cliente é zero em todas as situações. Uma descrição detalhada dos resultados do PR e do PRG pode ser vista na tabela 1.

	PRG	PR
Quantidade esperada de falhas	9	7
Lucro do Fabricante em A_1	\$ 1537,02 (10^3)	\$ 1555,84 (10^3)
Lucro do Fabricante em A_2	\$ 1506,86 (10^3)	\$ 1524,84 (10^3)
P do cliente	\$ 133,95 (10^3)	\$ 136, 50 (10^3)
C_s do cliente	\$ 11,37 (10^3)	\$ 14, 91 (10^3)

Tabela 1 – Relação entre os valores do PRG e PR a um $\gamma=0,1$.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Neste artigo, foi proposto um modelo matemático para um contrato de garantia estendida envolvendo o Hospital e o fabricante inseridos num ambiente permeado de informação completa. Para modelar essa questão e determinar as estratégias ótimas para os jogadores, foi utilizado o jogo de Stackelberg, tendo como líder o fabricante do equipamento e o hospital como seguidor, já que o mercado de garantia estendida de equipamentos complexos é caracterizado pelo monopólio do próprio fabricante. O equipamento analisado é sujeito ao reparo imperfeito, modelado via o PRG, o que se aproxima de situações práticas. Adicionalmente, foi realizado um exemplo numérico com os dados de um Angiógrafo para determinar as estratégias ótimas para ambas as partes e ilustrar a aplicabilidade do modelo.

Ao interpretar os resultados do modelo, conclui-se que o fabricante, em ambas as situações (PR e o PRG), opta pela opção A_1 , implicando que o cliente sempre opte pela garantia estendida. Finalmente, o lucro ao se supor reparo perfeito é superior do que em relação ao se utilizar o PRG em ambas as opções expostas.

O presente modelo pode ser expandido para englobar as seguintes situações:

- Expandir a negociação de contratos englobando mais de um cliente, este fato pode ocasionar o surgimento de filas. O número ótimo de clientes a ser atendidos pode ser uma variável a ser otimizada;
- De modo análogo, o número de canais de serviço do fabricante também pode ser uma variável a se otimizar;
- Num mercado heterogêneo, existem diferentes perfis de clientes, considerar o parâmetro de aversão ao risco como variável para diferentes clientes pode aproximar o modelo da realidade;
- Outro fato é a disponibilidade de informação, nem sempre os jogadores possuem informações completas sobre seus oponentes;
- O modelo Kijima tipo II pode ser utilizado para se obter os parâmetros do PRG e estimar os tempos de falha do equipamento. Uma comparação pode ser feita da eficácia dos estimadores desses dois tipos de reparo imperfeito;
- Propor um jogo de Stackelberg dinâmico, com um horizonte de tempo superior a um ano, a fim de analisar o comportamento dos jogadores em relação as suas decisões e estratégias ótimas.
- Políticas de manutenção preventiva podem ser incorporadas ao modelo, avaliadas e determinadas as políticas ótimas.

6. REFERÊNCIAS

- [1] TAGHIPOUR, S., Reliability and Maintenance of Medical Devices. 2011. 333 f. Thesis (PhD in Industrial Engineering) – Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, Toronto. 2011.

- [2] FORGÓ, F. SZÉP, J. & SZIDAROVSKY, F., *Introduction to the Theory of Games: Concepts, Methods, Applications*, Kluwer Academic Publishers, NED (1999).
- [3] MURTHY, D.N.P. & YEUNG, V. “Modelling and Analysis of Maintenance Service Contracts”, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 22, 1995.
- [4] MURTHY, D.N.P. & ASGHARIZADEH, E., “A Stochastic Model for Service Contract”, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, vol. 5, 1998.
- [5] ASGHARIZADEH, E. & MURTHY, D.N.P., “Service Contracts: A Stochastic Model”, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 31, 2000
- [6] RINSAKA, K. & SANDOH, H., “A Stochastic Model on an Additional Warranty Service Contract”, *Computers and mathematics with applications*, vol. 51, 2006.
- [7] CRUZ A.M. & RINCON A.M.R., “Medical device maintenance outsourcing: Have operation management research and management theories forgotten the medical engineering community? A mapping review”, *European Journal of Operational Research*, vol. 221, 2012.
- [8] KIJIMA M. & SUMITA N., “A useful generalization of renewal theory: counting process governed by non-negative Markovian increments”, *Journal of Applied Probability*, vol. 23, 1986.
- [9] VARIAN R.H., *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, W.W. Norton & Company, NJ, USA (2010).
- [10] YAÑEZ, M., JOGLAR, F. & MODARRES, M., “Generalized Renewal Process for Analysis of Repairable Systems with Limited Failure Experience”, *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 77, 2002.
- [11] MURTHY, D.N.P. & JACK, N. *Extended Warranties, Maintenance Service and Lease Contracts Modeling and Analysis for Decision-Making*, Springer, NJ, USA (2014).
- [12] JACOPINO, A.G., Generalization and Bayesian solution of general renewal process for modeling the reliability effects of imperfect inspection and maintenance based on imprecise data. 2005. 215 f. (PhD in Mechanical Engineering) – Department of Mechanical Engineering, University of Maryland, Maryland (USA). 2005.
- [13] MOURA, M., ROCHA, S., DROGUETT, E. & JACINTO, C. “Avaliação Bayesiana da Eficácia da Manutenção via Processo de Renovação Generalizado”, *Pesquisa Operacional*, vol. 27, 2007.
- [14] HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J. “*Introdução à Pesquisa Operacional*”, McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda., SP, BRA (2006).
- [15] MONTGOMERY D.C. & RUNGER, G.D., *Estatística aplicada e probabilidade a engenheiros*, LTC, RJ, Brasil (2009).