

Modelagem por Composição Probabilística de Preferências (CPP) para Agregação de Estimativas de Especialistas na Análise de Modos de Falhas e Efeitos (FMEA)

Luiz Octávio Gavião, Gilson Brito Alves Lima, Annibal Parracho Sant'Anna,
Pauli Adriano de Almada Garcia, Danilo Colombo
Universidade Federal Fluminense (UFF)

INTRODUÇÃO

A opinião de especialistas permeia as mais diversas atividades que requeiram estimativas, previsões, análises de risco, entre outras. Incertezas e controvérsias com efeitos significativos sobre a sociedade e o meio ambiente podem ser parametrizadas segundo a opinião de especialistas. No caso específico da análise de risco, a opinião de especialistas é essencial no delineamento de problemas em potencial [1]. Um exemplo disto se verifica na técnica de Análise de Modos de Falha e Efeitos (FMEA), com vasto uso em diversas aplicações da indústria.

A FMEA, em síntese, consiste na avaliação de modos de falha, segundo três critérios: a severidade das consequências da falha (S), sua probabilidade de ocorrência (O) e a dificuldade em detectá-la (D). Avaliações psicométricas ou quantitativas nesses critérios são efetuadas para cada modo de falha. Em seguida, são calculados os Números de Prioridade de Risco (NPR) aos Modos de Falha, a partir do produto dos critérios “S”, “O” e “D”, com a finalidade de ordená-los do maior ao menor NPR. Assim, os gestores de risco podem priorizar suas atividades de prevenção aos Modos de Falha, conforme indicados na ordenação. Essa técnica foi originalmente desenvolvida pelo Departamento de Defesa dos EUA [2] e, desde então, representa uma das técnicas mais utilizadas em análise de risco [3,4].

Mais recentemente, a FMEA foi adaptada ao cálculo probabilístico por [5], a partir da Composição Probabilística de Preferências (CPP), aperfeiçoando a ordenação dos Modos de Falha. De fato, a propriedade não-linear do CPP é pertinente à FMEA, no sentido de valorizar os incrementos das avaliações mais altas. Isto corrige eventuais distorções, observadas com o produto direto das avaliações para obter os NPR [6]. Por exemplo, no modelo FMEA original, o incremento de 1 a 2 em um dado critério, mantidos constantes os demais, dobra o NPR de um Modo de Falha em relação ao outro, enquanto o incremento de 4 a 5, mantidas as mesmas condições, representa uma diferença de 25% entre seus NPR. Com o CPP, no entanto, os incrementos de 4 a 5 são probabilisticamente superiores aos demais incrementos de avaliações inferiores (i.e. 1 para 2, 2 para 3 e 3 para 4).

A adequação do CPP à FMEA está evidenciada na literatura, com destaque para as pesquisas na indústria nuclear [7–9], em segurança pública [10], na indústria de defesa [11], em docagem de navios [12], em transmissão de energia [13] e no mercado do varejo [14].

A maioria das aplicações do CPP com FMEA envolve a percepção de múltiplos especialistas para as avaliações dos critérios “SOD”. Entretanto, raramente as percepções dos especialistas são concordantes. Os valores mais prováveis e a amplitude das variáveis submetidas aos especialistas normalmente são divergentes, decorrentes da experiência, da capacidade de previsão, do comprometimento com a pesquisa, da parcialidade, dentre outros aspectos inerentes ao julgamento humano, que interferem em suas avaliações. Nesse contexto, a agregação das diferentes estimativas dos especialistas pode representar uma aproximação interessante para o prosseguimento da análise de risco, além de simplificar os procedimentos de cálculo.

As aplicações do CPP com a FMEA têm utilizado medidas estatísticas de posição (i.e. moda, média, mediana) para a agregação das estimativas dos especialistas. Embora atendam às necessidades do método, é lícito admitir que essas medidas nem sempre refletem o consenso entre os especialistas. Em decorrência disto, diversos procedimentos de agregação de estimativas de especialistas têm sido propostos, cabendo especial destaque ao Modelo Clássico de Cooke [15] e ao método de Mendel-Sheridan [16]. Ambos exploram estimativas dos especialistas sob a forma de valores dos quantis de uma distribuição de probabilidades a ser definida no processo. O modelo de Cooke combina os

quantis estimados com pesos obtidos em uma fase prévia de “calibragem” dos especialistas. No método de Mendel-Sheridan, as probabilidades associadas a cada quantil são ajustadas por modelo Bayesiano, também refletindo os resultados da fase de calibragem. Entretanto, o desempenho dos especialistas nessa fase prévia pode depreciar suas avaliações mais importantes, sobre o real problema, o que provoca críticas sobre a utilidade da calibragem, conforme descrevem [17].

Nesse contexto, esta pesquisa propõe uma adaptação ao método de agregação por similaridade (SAM) das estimativas de especialistas, proposto por [18]. O método original se fundamenta na similaridade par-a-par das estimativas dos especialistas. Essa medida de similaridade se apresenta como alternativa ao consenso dos especialistas, ampliando a acurácia do parâmetro, em relação ao uso das medidas estatísticas de posição. Além disso, o método SAM adiciona propriedades relevantes ao CPP-FMEA, pois permite ponderar a importância dos especialistas e equilibrá-la em relação à similaridade das estimativas, como detalhado na Seção 3. A metodologia proposta adapta as equações originais de [18] ao cálculo por funções de probabilidade. No caso específico desta pesquisa, as estimativas foram agregadas sob os parâmetros de distribuições triangulares, para posterior emprego do CPP-FMEA.

O artigo se encontra estruturado em cinco Seções. Após a seção introdutória, a Seção 2 apresenta os aspectos básicos do CPP aplicado a FMEA. A Seção 3 detalha os procedimentos de agregação probabilística das estimativas dos especialistas. A Seção 4 traz uma aplicação numérica do método proposto. Por fim, a Seção 5 descreve as considerações finais da pesquisa.

O CPP APLICADO A FMEA

O CPP foi inicialmente desenvolvido por [19], sendo posteriormente ampliado com novas aplicações em [20]. O CPP se enquadra na Pesquisa Operacional, na categoria dos métodos de apoio multicritério à decisão (MCDA). Os métodos MCDA se destinam à busca por soluções satisfatórias a um problema com múltiplas alternativas avaliadas sob diferentes critérios. Esses critérios podem ser associados a objetivos a serem maximizados ou minimizados. Isto praticamente impede a busca por uma solução ótima que obedeça simultaneamente aos objetivos. Assim, a aplicação de métodos MCDA resulta em soluções possíveis, que atendam ao conjunto de critérios estabelecidos.

A aplicação de um método MCDA requer a reunião dos dados do problema sob a forma de uma matriz de decisão, que contém as alternativas possíveis e suas avaliações em cada critério. Essa etapa preliminar representa um procedimento da maior relevância para os métodos MCDA, sendo abordado com maiores detalhes por [21]. A escolha inadequada das alternativas e/ou dos critérios pode distorcer os resultados, comprometendo a tomada de decisão. No caso específico da FMEA, a matriz de decisão está composta pelos Modos de Falha selecionados para a análise, com as suas avaliações nos critérios S, O e D.

O CPP é um método MCDA probabilístico. O método se fundamenta na incerteza do contexto e na imprecisão das avaliações. De fato, o tratamento probabilístico dos dados torna o modelo mais próximo à realidade, pois deixa de considerar as medidas da matriz de decisão como valores exatos, mas como avaliações imprecisas. Assim, cada valor da matriz original é convertido em parâmetro de posição de uma função de probabilidade. A escolha da função de probabilidade que melhor se adequa ao problema pode decorrer de informações *a priori*, de aplicações bem-sucedidas em problemas similares, do ajuste dos dados a distribuições conhecidas por técnicas estatísticas ou, na ausência dessas informações, arbitrada ao contexto do problema. De maneira geral, o uso de distribuições normais e triangulares têm suprido as necessidades da modelagem simétrica e assimétrica dos dados, respectivamente, com resultados satisfatórios a diversos problemas [20]. Entretanto, o CPP não está restrito a essas distribuições. Os softwares estatísticos disponibilizam centenas de funções de probabilidade, que podem ser utilizados na “aleatorização” dos dados, sem qualquer restrição ao CPP. Nesta pesquisa, utilizou-se a distribuição triangular, com a modelagem através do software “R” [22].

Especificamente às aplicações em FMEA, é possível descrever os procedimentos de cálculo do CPP em três etapas. Na primeira etapa, as avaliações agregadas de cada modo de falha, em cada

critério, são “aleatorizadas”, em procedimento já descrito. Cabe ressaltar que a aplicação do CPP ocorre após a agregação das estimativas dos especialistas. Em seguida, a probabilidade de cada Modo de Falha ser superior aos demais, em cada critério “SOD”, é computada conforme a Equação (1). Por fim, os NPR probabilísticos (NPRP) são obtidos com o produto das probabilidades “S”, “O” e “D”, conforme a Equação (2), e ordenados do maior ao menor resultado, em procedimento similar ao do FMEA tradicional.

$$M_{ij} = \int_{D_{ij}} F_{-ij}(x) f_{ij}(x) dx \quad (1)$$

$$NPRP_i = \prod_j M_{ij} \quad (2)$$

Na Equação (1), f_{ij} denota a função densidade de probabilidade (PDF) e D_{ij} o domínio da variável aleatória que representa a opção i pelo critério j , enquanto $F_{-ij}(x)$ denota o valor, no ponto que tem todas as coordenadas iguais a x , da função de distribuição acumulada (CDF) conjunta das avaliações pelo critério j de todas as opções, exceto a i -ésima.

A AGREGAÇÃO PROBABILÍSTICA DAS ESTIMATIVAS

As estimativas de especialistas acerca de parâmetros quantitativos de um problema raramente são unânimes. Cada especialista tem sua própria opinião para as avaliações, em função de sua experiência, conhecimento e convicções sobre o assunto em questão. Dessa forma, a medida de consenso que reflita as diferentes estimativas em uma opinião comum se torna uma questão importante para a tomada de decisão [18].

O método proposto por [18] explora o conceito SAM para combinar as estimativas subjetivas e individuais dos especialistas. O método original utiliza a lógica *fuzzy*, enquanto a proposta aqui apresentada traz uma adaptação para funções de probabilidade. Primeiramente, são coletadas as estimativas dos especialistas E_i ($i=1, 2, \dots, n$), sob a forma de PDF triangulares, sem perda de generalidade. Para esses casos, os parâmetros dessas funções são determinados pelos valores mínimos, modais e máximos, estimados pelos especialistas. As medidas podem ser excludentes, indicando a ausência de consenso entre os especialistas, conforme a Figura 1(a). Nesse caso, o grau de similaridade entre as estimativas dos especialistas E_1 e E_2 é nulo. Entretanto, é possível que os especialistas compartilhem algum consenso em suas opiniões, conforme indica a Figura 1(b). Nesse caso, a área hachurada representa a interseção entre as estimativas dos especialistas E_3 e E_4 , que indica um grau de similaridade no intervalo $(0,1)$. Por fim, opiniões idênticas, conforme as estimativas dos especialistas E_5 e E_6 , refletem a máxima similaridade, conforme a Figura 1(c).

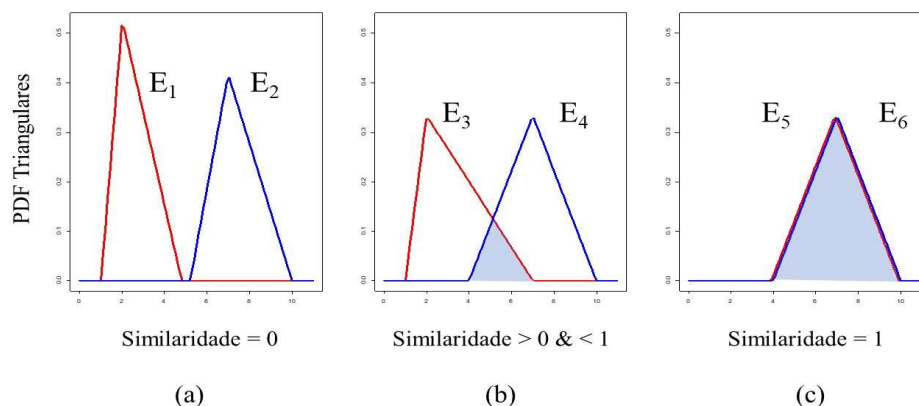


Figura 1 – Estimativas por PDF triangulares

As Equações (3) a (9) descrevem o algoritmo de cálculo da agregação probabilística, a partir da proposta de [18]. De fato, somente as Equações (3) e (4) diferem do modelo original, que utiliza a relação entre áreas de números *fuzzy* para o cálculo do grau de similaridade. Na agregação probabilística, aqui proposta, o grau de similaridade “Sim” entre dois especialistas E_s e E_t que avaliam probabilisticamente todos os modos de falha é obtido pelo mínimo quociente entre as probabilidades e_{st} e e_{ts} , de uma variável aleatória com a distribuição dada pelo especialista s assumir valores inferiores aos da variável aleatória com a distribuição dada pelo especialista t e vice-versa. Na Figura 1(a), por exemplo, a probabilidade da estimativa do E_1 ser superior a do E_2 é nula, enquanto a de ser menor é máxima. Nesse caso, o grau de similaridade é nulo. No outro extremo, na Figura 1(c), as probabilidades das estimativas de E_1 ser superior e inferior a do E_2 são iguais a 0,5 e, nesse caso, a similaridade é máxima. A situação intermediária da Figura 1(b) produz um grau de similaridade no intervalo (0,1). Esses graus de similaridade, considerados paritariamente às estimativas dos especialistas, compõem matrizes de concordância (AM), de forma a simplificar a visualização das relações entre as estimativas dos especialistas, conforme a Equação (5). O grau de concordância médio, A , e relativo, RAD , para cada especialista são obtidos com as Equações (6) e (7), respectivamente.

$$E_{st} = \int F_s(x) f_t(x) dx \quad (3)$$

$$Sim_{st} = \text{mínimo} \left(\frac{e_{st}}{e_{ts}}, \frac{e_{ts}}{e_{st}} \right) \quad (4)$$

$$AM = \begin{bmatrix} 1 & Sim_{12} & \cdots & Sim_{1t} & \cdots & Sim_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Sim_{s1} & Sim_{s2} & \cdots & Sim_{st} & \cdots & Sim_{sn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Sim_{n1} & Sim_{n2} & \cdots & Sim_{nt} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A(E_s) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq s}}^n Sim_{st} \quad (6)$$

$$RAD_s = \frac{A(E_s)}{\sum_{s=1}^n A(E_s)} \quad (7)$$

$$w_s = \frac{r_s}{\sum_{s=1}^n r_s}, \quad s = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$CDC_s = \beta \cdot w_s + (1 - \beta) \cdot RAD_s, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (9)$$

O método proposto permite considerar a relevância dos especialistas. A experiência, reputação e poder de decisão dos especialistas na hierarquia organizacional podem ser associados a pesos em suas avaliações. Os autores [18] sugerem um procedimento simplificado para a escolha desses pesos. Ao especialista mais importante, atribui-se inicialmente o grau $r_s=1$. Em seguida, cada especialista é relativizado ao mais importante, com a definição do peso w_s através da Equação (8). No caso de equivalência de importância entre n especialistas, o peso será $w_1=w_2=\dots=w_n=1/n$. Em seguida, calcula-se o Coeficiente do Grau de Consenso (CDC) de cada especialista, conforme a Equação (9),

para um índice $0 \leq \beta \leq 1$, que pondera a relevância de w_s e do RAD_s . Por exemplo, ao arbitrar um valor de $\beta=0$, assume-se que as reputações dos especialistas foram desconsideradas em um problema, em detrimento das suas similaridades. Por outro lado, um valor de $\beta=0.5$ representa o equilíbrio entre a experiência dos especialistas e suas avaliações. Por fim, obtêm-se os parâmetros triangulares da distribuição agregada, que representa o consenso final das estimativas dos especialistas, ponderando os parâmetros dos especialistas com os seus CDC.

APLICAÇÃO NUMÉRICA

Um problema com dados simulados, composto por três modos de falha e avaliados por quatro especialistas, foi elaborado para ilustrar a aplicação da proposta. Os passos seguidos estão descritos na Figura 2.

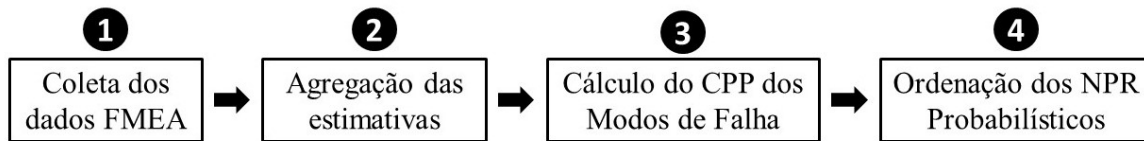


Figura 2: Etapas do processo

O processo é iniciado com a coleta dos dados dos especialistas. Uma técnica simples consiste em obter os valores mínimos, máximos e mais prováveis para cada Modo de Falha, nos critérios “S”, “O” e “D”. Embora a escala FMEA aqui explorada varie no intervalo (1,10), aos três critérios, admitiu-se o uso de estimativas com valores mínimos e máximos diferentes, conforme a percepção de cada especialista. Isto pode decorrer do uso de escalas FMEA que associem variáveis quantitativas aos critérios. A Severidade, por exemplo, pode estar associada ao número de acidentes ou ao volume de prejuízo financeiro causado pelos Modos de Falha e, esse ponto da escala, é então convertido ao valor do intervalo (1,10). Dessa forma, é possível admitir que um especialista estime Modos de Falha com amplitudes reduzidas em relação aos limites da escala de (1,10), conforme indica a Tabela 1. Para efeito da aplicação da proposta desta pesquisa, as diferentes amplitudes das estimativas são relevantes, pois isto permite computar a estimativa agregada dos três parâmetros da distribuição triangular, ao invés de considerar os valores fixos “1” e “10” como valores extremos de todas as distribuições triangulares. A base de dados utilizada para a simulação consta da Tabela 1.

Tabela 1 - Base de dados

		Modo de Falha 1			Modo de Falha 2			Modo de Falha 3		
		Min	Max	Moda	Min	Max	Moda	Min	Max	Moda
Severidade	Esp 1	1	8	6	4	9	5	1	10	3
	Esp 2	3	10	5	3	7	6	1	8	4
	Esp 3	2	6	5	1	8	6	2	9	5
	Esp 4	3	8	4	5	10	7	2	10	9
Ocorrência	Esp 1	2,7	9,5	5,2	1,5	7,7	4	1,5	9	8,2
	Esp 2	2	8,5	6,4	3,5	8,5	7,5	1,9	9,5	7,5
	Esp 3	1	8	3,4	2,2	9	5,7	2,7	8,4	7
	Esp 4	1,5	9,2	7,8	1,9	9,2	4,8	2,4	9	7,2
Detectabilidade	Esp 1	3	10	5	1	9	2	1	7	6,2
	Esp 2	2	7,5	7	2	8,5	3	1,2	8	6,6
	Esp 3	1,5	9	7	2,1	8	5	2,5	9	5
	Esp 4	1,2	8	5,7	1,5	7,4	4,5	1,5	6,8	3,5

Na Etapa 2, foram seguidos os passos descritos na Seção 3. Inicialmente foram computadas as probabilidades e_{st} , com posterior cálculo das similaridades entre as estimativas, sendo transcritas nas matrizes de concordância da Tabela 2.

Tabela 2 - Matrizes de concordância entre as estimativas dos especialistas

Severidade - MF 1					Severidade - MF 2				Severidade - MF 3			
	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4
E1	1	0,516	0,511	0,913	1	0,525	0,469	0,236	1	0,875	0,607	0,239
E2		1	0,210	0,432		1	0,808	0,065		1	0,463	0,154
E3			1	0,525			1	0,102			1	0,307
E4				1				1				1
Ocorrência - MF 1					Ocorrência - MF 2				Ocorrência - MF 3			
	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4
E1	1	0,933	0,267	0,714	1	0,127	0,354	0,496	1	0,983	0,780	0,913
E2		1	0,297	0,638		1	0,457	0,354		1	0,769	0,900
E3			1	0,229			1	0,757			1	0,845
E4				1				1				1
Detectabilidade - MF 1					Detectabilidade - MF 2				Detectabilidade - MF 3			
	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4	E1	E2	E3	E4
E1	1	0,742	0,966	0,490	1	0,661	0,443	0,647	1	0,634	0,579	0,457
E2		1	0,739	0,635		1	0,601	0,949		1	0,905	0,309
E3			1	0,512			1	0,600			1	0,233
E4				1				1				1

Em seguida, foram arbitrados pesos aos especialistas, em função de sua experiência no problema avaliado. Nesse caso, arbitrou-se o E_1 como especialista mais importante, recebendo valor unitário. Arbitrou-se que o E_2 possui 80% da experiência do E_1 , o E_3 50% do E_1 e o E_4 40% do E_1 . Assim, a aplicação da Equação (8) resulta nos seguintes pesos aos E_1 , E_2 , E_3 e E_4 , respectivamente: 0,3703704; 0,2962963; 0,1851852 e 0,1481481. O Índice Beta da Equação (9), que representa o equilíbrio entre os pesos dos especialistas e suas estimativas, foi arbitrado em 0,2. Isto indica que o CDC foi considerado mais relevante para a agregação das estimativas, por ser multiplicado por 0,8, enquanto os pesos foram multiplicados por 0,2. A agregação das estimativas nos critérios SOD gerou as distribuições triangulares aos três Modos de Falha da Tabela 3.

Tabela 3 - PDF Triangulares resultantes das estimativas agregadas

	Severidade			Ocorrência			Detectabilidade		
	Min	Max	Moda	Min	Max	Moda	Min	Max	Moda
Modo de Falha 1	2,1549	8,0216	5,0533	1,9683	8,9173	5,9218	2,0103	8,6995	6,1744
Modo de Falha 2	2,9285	8,1899	5,8056	2,2247	8,6572	5,4311	1,6396	8,2437	3,5397
Modo de Falha 3	1,3808	9,1849	4,5888	2,0824	8,9989	7,5151	1,5243	7,7796	5,5836

Na Etapa 3, são calculadas as probabilidades de cada Modo de Falha ser superior aos demais, em cada critério. A aplicação da Equação (1) resultou nas probabilidades descritas na Tabela 4, aos critérios “SOD”.

Tabela 4 - Probabilidades de maximizar os Modos e Falha e resultados

	Severidade	Ocorrência	Detectabilidade	NPRP	Prioridade
Modo de Falha 1	0,2546	0,2794	0,5297	3,77E-02	2
Modo de Falha 2	0,4487	0,2226	0,1837	1,84E-02	3
Modo de Falha 3	0,2967	0,4980	0,2866	4,23E-02	1

Por fim, a Etapa 4 conclui o procedimento de cálculo, a partir da Equação (2). Os NPRP foram obtidos a partir da Equação (2) e as prioridades, na última coluna da Tabela 4, orientam os gestores de risco em relação à urgência de contramedidas a serem implementadas aos Modos de Falha analisados. Assim, seria recomendável atender às medidas preventivas do Modo de Falha 3, em seguida às do Modo de Falha 1 e, por fim, às do Modo de Falha 2, com base nas estimativas dos quatro especialistas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve por finalidade descrever uma proposta metodológica para a agregação probabilística de estimativas de especialistas. A avaliação de riscos com base na técnica FMEA explora, em geral, a experiência de diferentes especialistas no contexto sob análise. Entretanto, raramente essas estimativas são unânimes. Isto torna relevante a necessidade de estabelecimento de um consenso entre as opiniões, de forma a permitir o apoio à tomada de decisão sobre a prioridade de atendimento aos Modos de Falha selecionados. O método SAM foi adaptado ao cálculo probabilístico, ao gerar medidas de consenso sob a forma de funções de probabilidade. No caso simulado, foram utilizadas distribuições triangulares para sintetizar as estimativas de quatro especialistas sobre três Modos de Falha.

A escolha do CPP para a modelagem do problema FMEA decorreu das evidências encontradas na literatura sobre análise de riscos com esta técnica. Além disto, a característica de não linearidade do CPP o torna especialmente útil para a solução de problemas FMEA, por valorizar as avaliações nos extremos das escalas dos critérios “SOD”. Isto reduz as distorções eventualmente identificadas quando da aplicação direta do produto das avaliações para a obtenção dos NPR.

Em relação aos desdobramentos futuros desta pesquisa, são visualizadas diferentes análises de sensibilidade do modelo proposto. Inicialmente, seria possível variar o índice Beta, utilizado na Equação (9), de forma a verificar a robustez dos resultados. Isto permitiria levantar faixas de valores para os índices Beta nas quais os resultados são mantidos constantes, por exemplo. Posteriormente, seria interessante comparar os resultados do CPP-FMEA, obtidos com os parâmetros agregados pelo modelo proposto, com os resultados obtidos com distribuições triangulares geradas com as médias dos parâmetros mínimo, modal e máximo das estimativas. Isto permitirá verificar se a acurácia obtida com o modelo proposto apresenta diferença significativa em relação às agregações de estimativas utilizadas normalmente no CPP-FMEA, explorando medidas estatísticas de posição (i.e. média, moda ou mediana).

REFERÊNCIAS

- [1] Cooke RM. Experts in uncertainty: opinion and subjective probability in science. New York: Oxford University Press; 1991.
- [2] Defense UD of. Procedure for performing a failure mode effect and criticality analysis. 1949.
- [3] Asan U, Soyer A. Failure mode and effects analysis under uncertainty: a literature review and tutorial. In: Kahraman C, Yanik S, editors. Intell. Decis. Mak. Qual. Manag. Theory Appl., New York:

- Springer; 2016, p. 265–325.
- [4] Liu H-C, Liu L, Liu N. Risk evaluation approaches in failure mode and effects analysis: A literature review. *Expert Syst Appl* 2013;40:828–38.
 - [5] Sant’Anna AP. Probabilistic priority numbers for failure modes and effects analysis. *Int J Qual Reliab Manag* 2012;29:349–62.
 - [6] Bowles JB. An assessment of RPN prioritization in a failure modes effects and criticality analysis. *IEEE Annu. Reliab. Maintainab. Symp.*, Tampa: IEEE; 2003, p. 380–6.
 - [7] Sant’Anna AP, Martins EF, Lima GBA, Silva RF da. Beta Distributed Preferences in the Comparison of Failure Modes. *Procedia Comput Sci* 2015;55:862–9.
 - [8] Garcia PAA, Garcia VS, Saldanha PLC, Jacinto CMC. Combined use of composition of probabilistic preferences and entropy weighting for failure mode prioritization. *Eur. Saf. Reliab. Conf. - ESREL* 2015, Zurique: CRC Press; 2015, p. 381–6.
 - [9] Garcia PA de A, Oliveira MA, Leal IC, Motta G da S, Frutuoso e Melo PFF. Probabilistic preferences composition for failure mode prioritization in FMEA. *Eur. Saf. Reliab. Conf. - ESREL* 2013, Amsterdam: 2013, p. 3109–13.
 - [10] Sant’Anna AP. Procedimento de cálculo para a Composição Probabilística de Preferências. *Relatório Pesqui Em Eng Produção* 2013;13:1–11.
 - [11] Letta MCK, Lima GBA, Sant’Anna AP, Kämpffe MGF, Silva A de JF. Análise de Risco de Operações em Instalações especiais com Aplicação da Composição Probabilística de Preferências. *XLVIII Simpósio Bras. Pesqui. Operacional*, Vitória: 2016.
 - [12] Kämpffe MGF, Lima GBA, Sant’Anna AP, Letta MCK, Silva A de JF. Apoio à Decisão Baseada em Risco: Aplicação de Instrumento Híbrido na Docagem de Embarcações em Diques Secos. *Rev Pesqui Nav* 2015;27:81–92.
 - [13] Sant’Anna AP, Junior RP da SP. Composição probabilística no cálculo das prioridades na FMEA. *Sist Gestão* 2011;5:179–91.
 - [14] Sant’Anna AP, Meza LA, Ribeiro RA. Probabilistic composition in quality management in the retail trade sector. *Int J Qual Reliab Manag* 2014;31:718–36.
 - [15] Cooke R, Mendel M, Thijs W. Calibration and information in expert resolution; a classical approach. *Automatica* 1988;24:87–93. doi:10.1016/0005-1098(88)90011-8.
 - [16] Mendel MB, Sheridan TB. Filtering Information from Human Experts. *IEEE Trans Syst Man Cybern* 1989;19:6–16. doi:10.1109/21.24527.
 - [17] Bolger F, Rowe G. The Aggregation of Expert Judgment: Do Good Things Come to Those Who Weight? *Risk Anal* 2015;35:5–11. doi:10.1111/risa.12353.
 - [18] Hsu H-M, Chen C-T. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making. *Expert Syst Appl* 1996;79:279–85. doi:10.1109/FUZZ.2001.1007275.
 - [19] Sant’Anna AP, Sant’Anna LAFP. Randomization as a stage in criteria combining. *Int. Conf. Ind. Eng. Oper. Manag. - VII ICIEOM*, Salvador: 2001, p. 248–56.
 - [20] Sant’Anna AP. Probabilistic Composition of Preferences, Theory and Applications. New York: Springer; 2015.
 - [21] Pomerol J-C, Barba-Romero S. Multicriterion decision in management: principles and practice. New York: Springer; 2012.
 - [22] R-Core-Team. R: A language and environment for statistical computing. [Http://www R-Project Org](http://www.R-project.org) 2016.